ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ (СОПРОМАТ)

Пример 1. Стальной ступенчатый стержень (рис 1), защемлен одним концом и нагружен силами F_1 и F_2. Все действующие нагрузки и размеры показаны на рисунке 2.
Дано: $F_1 = 80$кН; $F_2 = 120$кН; a = 1,8м; b = 1,6м; c = 2,0м; $[\sigma] = 160$ МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа
Определить: величину продольной силы N на каждом участке стержня; площади поперечных сечений стержня A_1 и A_2; перемещение точки приложения силы F_1; полную работу внешних сил, совершающих деформацию L_f
Решение: 1). расчетная схема и графические построения

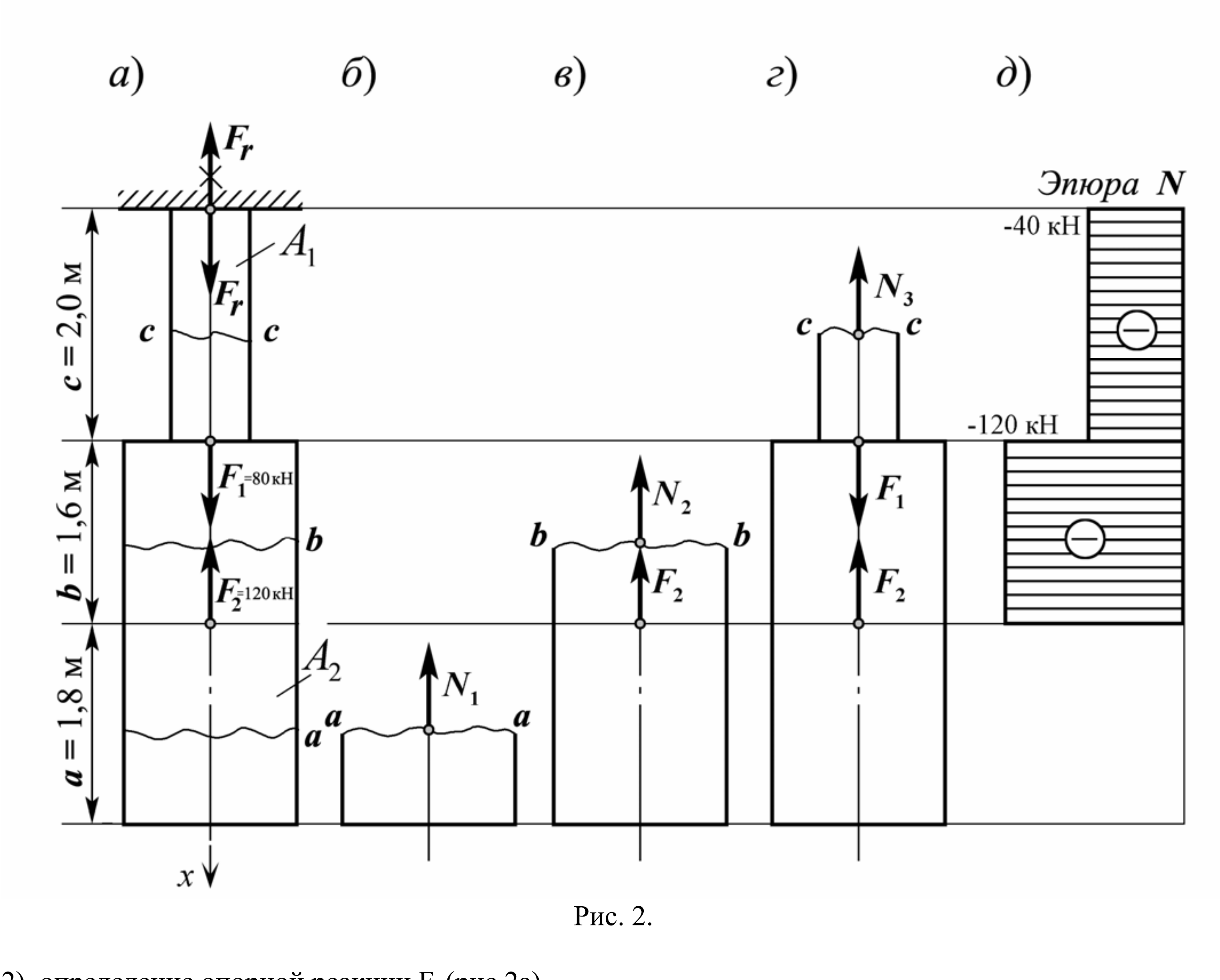

Рис. 2.

2). определение опорной реакции F_r (рис 2а)

$$\sum F_x = -F_r + F_1 - F_2 = 0$$

$$F_r = F_1 - F_2 = 80 - 120 = 40 \text{ кН}$$

Знак «минус» опорной реакции F_r показывает, что направление реакции было выбрано неверно.
3). построение эпюры продольных сил (рис 2д)

сечение а-а (рис 2б)

$\sum F_x = -N_1 = 0 \qquad N_1=0$

сечение b-b (рис 2в)

$\sum F_x = -N_2 - F_2 = 0 \qquad N_2 = -F_2 = -120$ кН

сечение c-c (рис 2г)

$\sum F_x = -N_3 - F_2 + F_1 = 0 \qquad N_3 = -F_2 + F_1 = -120+80 = -40$ кН

4). определение площади сечений A_1 и A_2

Из условия прочности $\sigma = \dfrac{N}{A} \le [\sigma] = \sigma_{\text{adm}}$

$$A \ge \frac{N}{[\sigma]}$$

$$A_1 = \frac{N_3}{[\sigma]} = \frac{40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{120 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0{,}75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

5). определение перемещения точки приложения силы F_1

$$\Delta l_{F_1} = \frac{N_3 \cdot c}{\text{E } A_1} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 2}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-3}} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\, м = 1{,}6\, мм$$

6). полная работа внешних сил L_f

$$L_f = U = \sum_1^n N_i \Delta l_i$$

Участок I $\quad N_1=N_3$

$$\Delta l_I = \frac{N_3 \cdot c}{\text{E } A_1} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 2}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-3}} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\, м$$

Участок II

$$\Delta l_{II} = \frac{N_2 \cdot b}{\text{E } A_{II}} = \frac{120 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0{,}75 \cdot 10^{-3}} = 1{,}28 \cdot 10^{-3}\, м$$

$$L_F = \frac{1}{2}\left(N_I \cdot \Delta l_I + N_{II} \cdot \Delta l_{II}\right) = \frac{1}{2}\left(40 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-3} + 120 \cdot 10^3 \cdot 1{,}28 \cdot 10^{-3}\right) = 217{,}6\ Дж$$

Ответ: $A_1 = 0{,}25 \cdot 10^{-3}\, м^2$; $\quad A_2 = 0{,}75 \cdot 10^{-3}\, м^2$;

$\Delta l_{F_1} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\, м$; $\quad L_F = 217{,}6\ Дж$.

Пример 2. Стальной ступенчатый стержень (рис 3а) защемлен двумя концами и нагружен силами F_1 и F_2. Все действующие нагрузки и размеры показаны на рисунке.

Дано: $F_1 = 80$кН; $F_2 = 120$кН; a = 1,8м; b = 1,6м

c = 2,0м; $[\sigma] = 160$ МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа

Определить: величину продольной силы N на каждом участке стержня; площади поперечных сечений стержня A_1 и A_2; перемещение точки приложения силы F_2.

Решение:

1). расчетная схема и графические построения

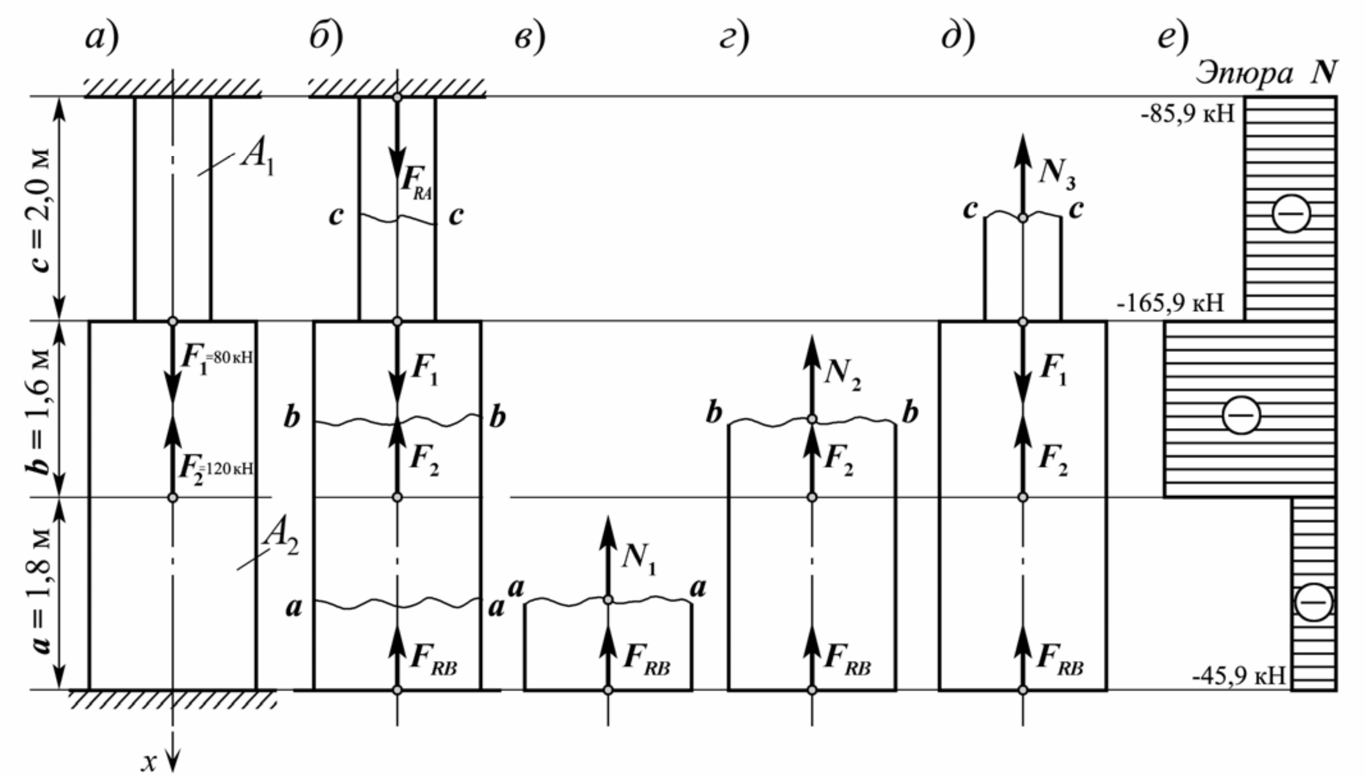

Рис. 3.

2). определение опорных реакций с использованием основной системы (рис 3б) и общего выражения совместности деформаций

$$\begin{cases} \sum F_x = -F_{RB} - F_2 + F_1 + E_{RA} = 0 & (1) \\ -\dfrac{F_{RB}(a+b)}{\mathrm{E} \cdot A_2} - \dfrac{F_{RB} \cdot c}{\mathrm{E}\ A_1} - \dfrac{F_2 \cdot b}{\mathrm{E}\ A_2} - \dfrac{F_2 \cdot c}{\mathrm{E}\ A_1} + \dfrac{F_1 \cdot c}{\mathrm{E}\ A_1} = 0 & (2) \end{cases}$$

Из предыдущей задачи $A_2 = 3A_1$

Решаем уравнение (2)

$$-\frac{F_{RB}(a+b)}{3\,A_1\,\mathrm{E}} - \frac{F_{RB} \cdot c}{A_1\,\mathrm{E}} - \frac{F_2 \cdot b}{3\,A_1\,\mathrm{E}} - \frac{F_2 \cdot c}{\mathrm{E}\ A_1} + \frac{F_1 \cdot c}{\mathrm{E}\ A_1} = 0$$

$$\frac{1}{A_1 \mathrm{E}} \neq 0$$

$$-\frac{1}{3} F_{RB}(a+b) - F_{RB} \cdot c - \frac{1}{3} F_2 b - F_2 c + F_1 c = 0$$

$$F_{RB} = \frac{F_1 c - F_2\left(\frac{1}{3} b + c\right)}{\frac{1}{3}(a+b) + c} = \frac{80 \cdot 2 - 120\left(\frac{1{,}6}{3} + 2\right)}{\frac{1}{3}(1{,}8 + 1{,}6) + 2} = 45{,}9 кН$$

Из уравнения (1) определяется F_{RA}

$$F_{RA} = F_{RB} + F_2 - F_1 = 45{,}9 + 120 - 80 = 85{,}9 кН$$

3). построение эпюры продольных сил (рис 3е)

сечение a-a (рис 3в)

$\sum F_x = -F_{RB} - N_1 = 0$ $\quad N_1 = -F_{RB} = -45{,}9 кН$

сечение b-b (рис 3г)

$\sum F_x = -F_{RB} - F_2 - N_2 = 0$ $\quad N_2 = -F_{RB} - F_2 = -45{,}9 - 120 = -165{,}9 кН$

сечение c-c

$$\sum F_x = -F_{RB} - F_2 + F_1 - N_3 = 0$$

$$N_3 = -F_{RB} - F_2 + F_1 = -45{,}9 - 120 + 80 = -85{,}9 кН$$

4). определение площади сечений A_1 и A_2

Из условия прочности $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] = \sigma_{\text{adm}}$ площадь сечения $A \geq \frac{N}{[\sigma]}$

$$A_1 = \frac{N_3}{[\sigma]} = \frac{85{,}9 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0{,}537 \cdot 10^{-3} м^2$$

$$A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{165{,}9 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1{,}037 \cdot 10^{-3} м^2$$

5). определение перемещения точки приложения силы F_2

$$\Delta l_{F_2} = \frac{N_1\ a}{\mathrm{E}\ A_2} = -\frac{45{,}9 \cdot 10^3 \cdot 1{,}8}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}037 \cdot 10^{-3}} = 0{,}388 \cdot 10^{-3} м$$

Ответ: A_1= 0,537м^2; A_2= $1{,}037 \cdot 10^{-3}$ м^2; $\Delta l_{F_2} = 0{,}388 \cdot 10^{-3}$ м

Пример 3: Подобрать стальной стержень АВ круглого поперечного сечения и деревянный стержень BD квадратного сечения настенного поворотного крана

Дано: F=240кН; $l_1=l_2=1{,}2$м;

Сталь $[\sigma]_{CT} = 160\,\text{МПа}$; $E_{ст}=2\cdot10^5$ МПа;

Дерево $[\sigma]_{Д} = 10\,\text{МПа}$; $E_Д=1\cdot10^4$ МПа;

Определить: диаметр стержня АВ; размеры сечения стержня BD; вертикальное перемещение узла В.

Решение:

1). расчетная схема и графические построения

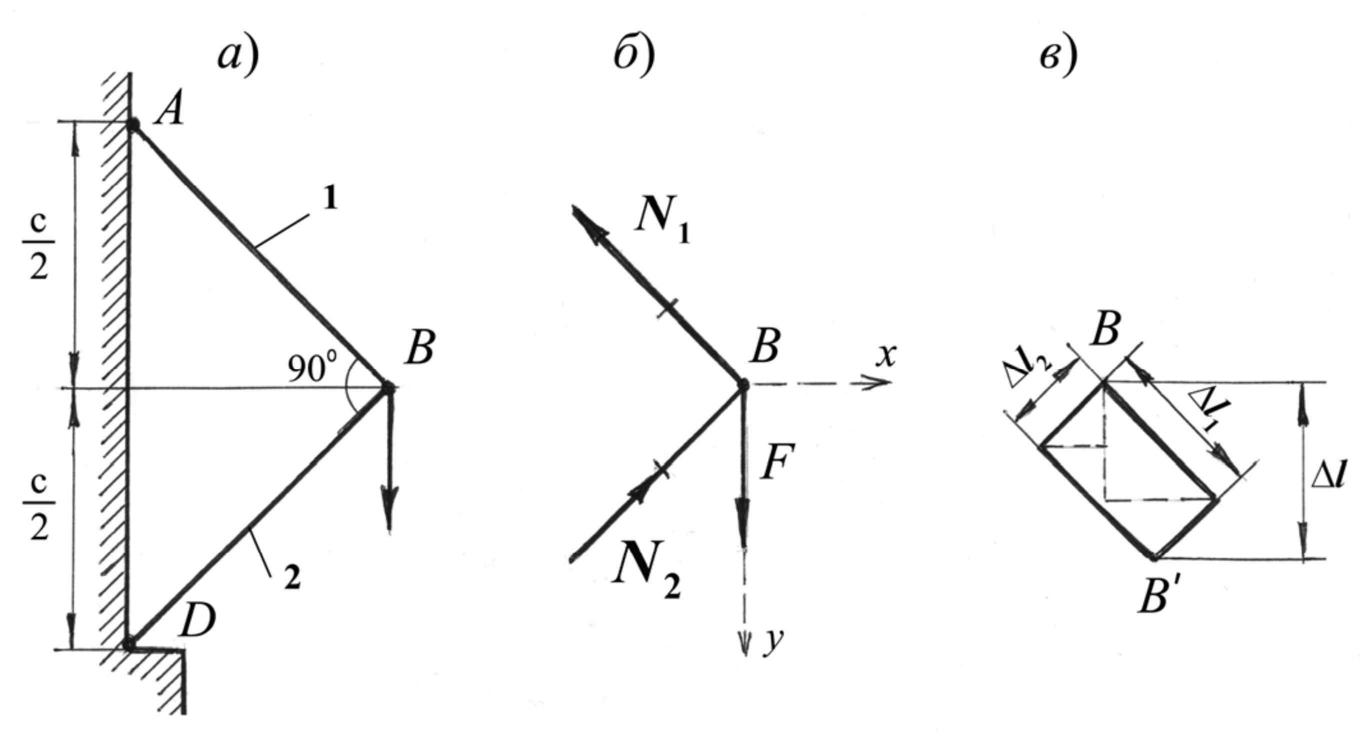

Рис. 5.

2). составим уравнение равновесия для узла В и определим продольные усилия в стержнях (рис 5*б*)

$$\sum F_x = -N_1 \cdot \cos 45^\circ + N_2 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$N_1=N_2$$

$$\sum F_y = F - N_1 \sin 45^\circ - N_2 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$F - 2N_1 \sin 45^\circ = 0$$

$$N_1 = \frac{F}{2\sin 45^\circ} = \frac{240\cdot10^3}{2\cdot0{,}71} = 170{,}2\cdot10^3\,H = 170{,}2\,кH$$

$$N_1=N_2=170{,}2кН$$

3). определение размеров поперечных сечений стержней 1 и 2

Из условия прочности $\sigma = \dfrac{N}{A} \le [\sigma]$ площадь сечения $A \ge \dfrac{N}{[\sigma]}$

Стержень АВ

$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]_{CT}} = \frac{170{,}2 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1{,}064 \cdot 10^{-3}\, м^2$$

$$A_1 = \frac{\pi d^2}{4} \quad следовательно \quad d = \sqrt{\frac{4A_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1{,}064 \cdot 10^{-3}}{3{,}14}} = 3{,}687 \cdot 10^{-2}\, м = 36{,}9\, мм$$

Принимаем d= 37мм

Стержень BD

$$A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]_q} = \frac{170{,}2 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 17{,}02 \cdot 10^{-3}\, м^2 = 17{,}02 \cdot 10^3\ мм^2$$

$A_2 = a^2$ $\qquad a = \sqrt{A_2} = \sqrt{17{,}02 \cdot 10^3} \cong 130\, мм$, где а – сторона квадрата

4). определение вертикального смещения точки В (рис 5в).

Удлинение стержня

$$\Delta l = \frac{Nl}{\mathrm{E}\ A}$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{\mathrm{E}_{cm} \cdot A_1} = \frac{170{,}2 \cdot 10^3 \cdot 1{,}2}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}064 \cdot 10^{-3}} = 0{,}96 \cdot 10^{-3}\, м = 0{,}96\, мм$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{\mathrm{E}д \cdot A_2} = \frac{170 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 1{,}2}{1 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 17{,}02 \cdot 10^{-3}} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\, м = 1{,}2\, мм$$

Проекции деформаций стержней на ось у

$$\Delta l_{1y} = \Delta l_1 \cos 45^\circ = 0{,}96 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}68\, мм$$

$$\Delta l_{2y} = \Delta l_2 \cos 45^\circ = 1{,}2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}85\, мм$$

Вертикальное перемещение узла В

$$\Delta l = \Delta l_{1y} + \Delta l_{2y} = 0{,}68 + 0{,}85 = 1{,}53\, мм$$

Ответ: d= 37мм; a= 130мм; $\Delta l =$ 1,53мм

Пример 4. Провести расчет статически определенной стальной балки на изгиб.
Дано: F = 20кН; a = 1,8м; M= 20кН·м;
q= 20кН/м; $[\sigma] = 160\,МПа$

Определить: построить эпюры поперечной силы Q и изгибающего момента М; подобрать требуемый размер двутавра по нормальным напряжениям; проверить подобранный двутавр по касательным напряжениям.

Решение: 1). расчетная схема и графические построения (рис 7)

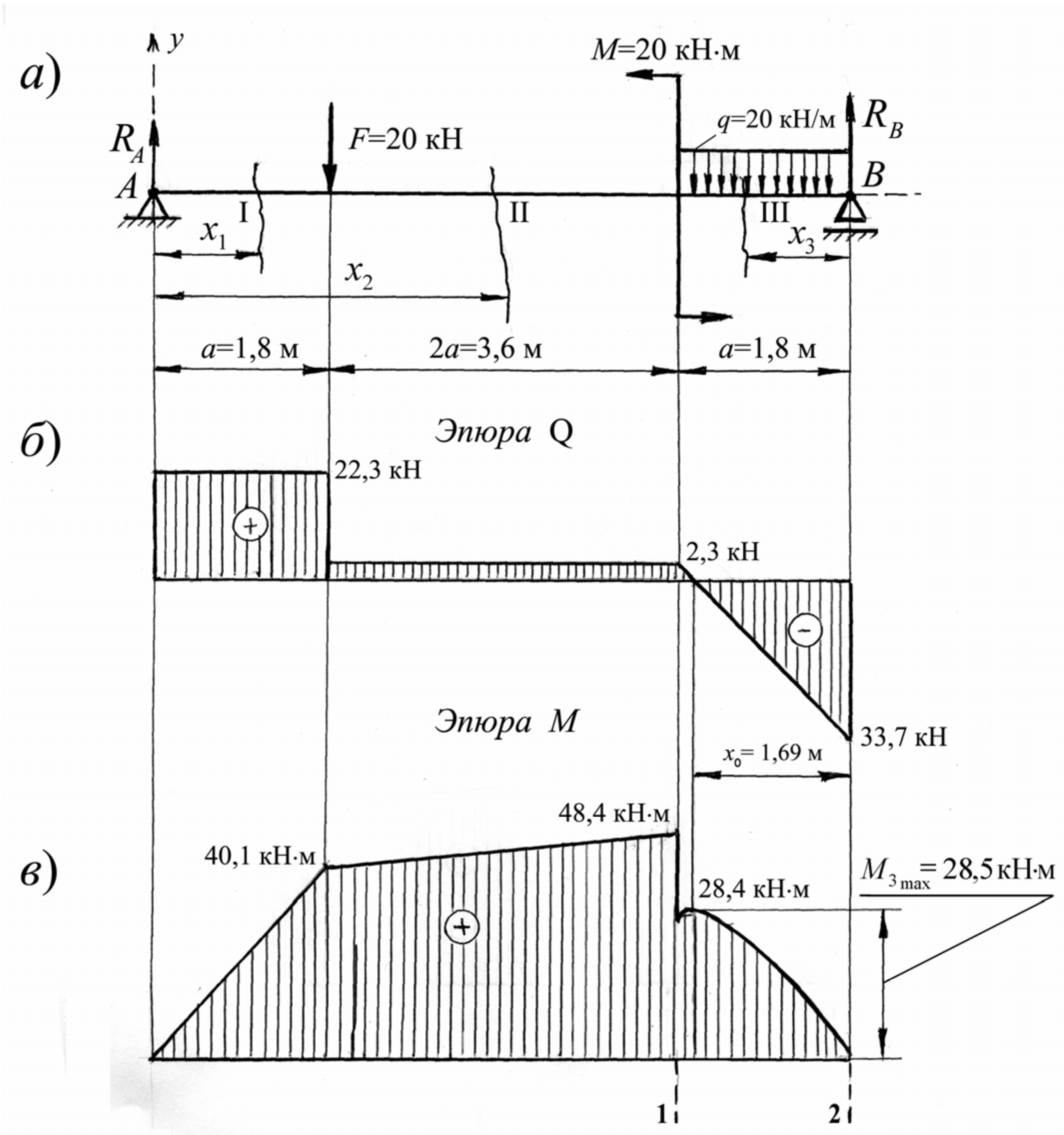

Рис. 7.

2). определение опорных реакций R_A и R_B (рис 7а)

$$\sum M_A = -F \cdot a + M - q \cdot a(a + 2a + 0{,}5a) + R_B \cdot 4a = 0$$

$$R_B = \frac{F \cdot a - M + 3{,}5q \cdot a^2}{4a} = \frac{20 \cdot 1{,}8 - 20 + 3{,}5 - 20 \cdot 1{,}8^2}{4 \cdot 1{,}8} = 33{,}7кН$$

$$\sum M_B = q\frac{a^2}{2} + M + F \cdot 3a - R_A \cdot 4a = 0$$

$$R_A = \frac{q\frac{a^2}{2} + M + F \cdot 3a}{4a} = \frac{20 \cdot \frac{1{,}8^2}{2} + 20 + 20 \cdot 3 \cdot 1{,}8}{4 \cdot 1{,}8} = 22{,}3кН$$

Проверка $\sum F_y = R_A - F - q \cdot a + R_B = 22{,}3 - 20 - 20 \cdot 1{,}8 + 33{,}7 = 0$

3). построение эпюры поперечных сил Q. Разбиваем балку на грузовые участки I, II и III

участок I $0 \le x_1 \le a$

$$Q_1 = R_A$$

при $x_1 = 0$ $Q_1 = R_A = 22{,}3кН$

при $x_1 = a$ $Q_1 = R_A = 22{,}3кН$

Эпюра прямая параллельная оси X

участок II $0 \le x_2 \le 3a$

$$Q_2 = R_A - F$$

при $x_2 = a$ $Q_2 = R_A - F = 22{,}3 - 20 = 2{,}3кН$

при $x_2 = 3a$ $Q_2 = R_A - F = 22{,}3 - 20 = 2{,}3кН$

Эпюра прямая параллельная оси X

участок III $0 \le x_3 \le a$

$$Q_3 = -R_B + qx_3$$

при $x_3 = 0$ $Q_3 = -R_B = 33{,}7кН$

при $x_3 = a$ $Q_3 = -R_B + qa = -33{,}7 + 20 \cdot 1{,}8 = 2{,}3кН$

Эпюра прямая наклонная к оси X и пересекающая ось X

$$Q_3 = 0 = -R_B + qx_0$$

$$x_0 = \frac{R_B}{q} = \frac{33{,}7}{20} = 1{,}69м$$

4). построение эпюры изгибающих моментов M

участок I $0 \le x_1 \le a$ $M_1 = R_a \cdot x_1$

при $x_1 = 0$ $M_1 = 0$

при $x_1 = a$ $M_1 = R_a \cdot a = 22{,}3 \cdot 1{,}8 = 40{,}1кНм$

участок II $0 \le x_2 \le 3a$ $M_2 = R_a \cdot x_2 - F(x_2 - a)$

при $x_2 = a$ $M_2 = R_A \cdot a = 22{,}3 \cdot 1{,}8 = 40{,}1кНм$

при $x_2 = 3a$ $M_2 = R_A \cdot 3a - F \cdot 2a = 22{,}3 \cdot 3 \cdot 1{,}8 - 20 \cdot 2 \cdot 1{,}8 = 48{,}4кНм$

Эпюра прямая наклонная к оси X

Участок III $\quad 0 \le x_3 \le a \quad\quad M_3 = R_B \cdot x_3 - q\frac{x_3^2}{2}$

при $x_3 = 0 \quad\quad M_3 = 0$

при $x_3 = a \quad\quad M_3 = R_B \cdot a - q\frac{a^2}{2} = 33{,}7 \cdot 1{,}8 - 20\frac{1{,}8^2}{2} = 28{,}4 кН$

$$x_3 = x_0 = 1{,}69 м \qquad M_{3\max} = R_B \cdot x_0 - q\frac{x_0^2}{2} = 33{,}7 \cdot 1{,}69 - 20\frac{1{,}69^2}{2} = 28{,}5 кНм$$

Эпюра кривая второго порядка
5). опасные сечения
сечение (1-1) – максимальные нормальные напряжения
сечение (2-2) – максимальное касательное напряжения
6). подбор сечения прокатного двутавра

Из условия прочности $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \le [\sigma]$

Получаем $W_z \ge \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{48{,}4 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0{,}303 \cdot 10^{-3} м^3 = 303 см^3$

По таблице Приложения 2П выбираем двутавр № 24а (W_z=317 см^3; J_z=3800 см^4; S_z=178 см^3; b=125 мм)
7). проверка прочности двутавра № 24а по касательным напряжениям

Условие прочности $\tau = \frac{Q \cdot S_z}{J_z \cdot b} \le [\tau]$

Допускаемое напряжение $[\tau] = 0{,}5[\sigma] = 0{,}5 \cdot 160 = 80\, МПа.$

Из эпюры Q определяем Q_{max} =33,7кН

$$\tau = \frac{33{,}7 \cdot 10^3 \cdot 0{,}178 \cdot 10^{-3}}{0{,}38 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}125} = 12{,}63 \cdot 10^6\, Па = 12{,}6 МПа << [\tau]$$

Ответ: $R_A = 22{,}3 кН; \quad R_B = 33{,}7 кН$

Q_{max}=33,7кН; M_{max}=48,4 кНм

Подобран двутавр № 24а

Пример 5. Стальной вал, нагруженный в местах посадки шкивов, работает на изгиб и кручение (рис 8).
Дано: a=0,25м; R=0,35м; r =0,25м; F=4,0кН; $[\sigma] = \sigma_{adm} = 80 МПа$; G=$8 \cdot 10^4$ $МПа$; использовать IV гипотезу прочности.
Определить: максимальный диаметр вала; угол закручивания вала между шкивами.
Решение:
1) расчетная схема и графические построения (рис 9)

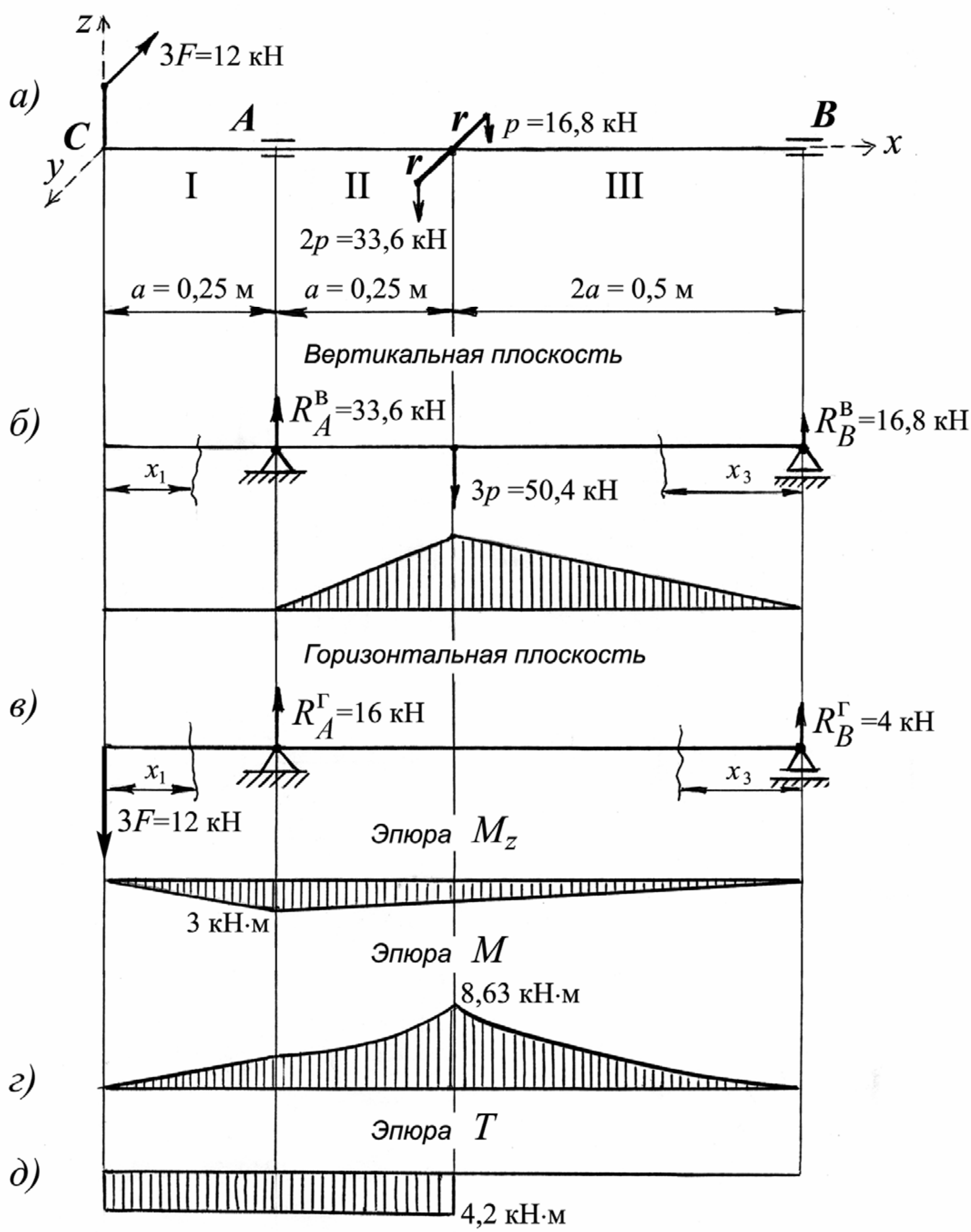

Рис. 9.

2). определение нагрузки в сбегающей ветви ремня Р (рис. 9*а*) уравнение равновесия $\sum_{1}^{n} T_i = 0$

$3F \cdot R - (2p - p)r = 0$

$p = \frac{3FR}{r} = \frac{12 \cdot 0{,}35}{0{,}25} = 16{,}8 кН$

3). изгиб вала в вертикальной плоскости (рис 9б)

определение реакций опор $R_A^в; R_B^в$

$$\sum M_A^в = -3P \cdot a + R_B^в \cdot 3a = 0$$

$$R_B^в = \frac{3P \cdot a}{3a} = \frac{3 \cdot 16{,}8 \cdot 0{,}25}{3 \cdot 0{,}25} = 16{,}8 кН$$

$$\sum M_B^в = 3 \cdot P \cdot 2a - R_A^в \cdot 3a = 0$$

$$R_A^в = \frac{3P \cdot 2a}{3a} = \frac{3 \cdot 16{,}8 \cdot 2 \cdot 0{,}25}{3 \cdot 0{,}25} = 33{,}6 кН$$

Проверка $\sum F_z = R_A^b - 3P + R_B^b = 33{,}6 - 3 \cdot 16{,}8 + 16{,}8 = 0$

Разбиваем стержень СВ на грузовые участки I, II, III

Участок I $\quad 0 \le x_1 \le a$

$M_1^b = 0$

при $x_1 = 0 \qquad M_1^b = 0$

$x_1 = a \qquad M_1^b = 0$

Участок III $\quad 0 \le x_3 \le 2a$

$M_3^b = R_B \cdot x_3$

при $x_3 = 0 \qquad M_3^b = 0$

$x_3 = 2a \qquad M_3^b = R_B \cdot 2a = 16{,}8 \cdot 0{,}5 = 8{,}4$ кНм

По полученным расчетам строится эпюра M_y

4) изгиб вала в горизонтальной плоскости (рис 9в)

Определение реакций опор $R_A^Г$ и $R_B^Г$

$$\sum M_A^Г = 3F \cdot a - R_B^Г \cdot 3a = 0$$

$$R_B^Г = \frac{3 \cdot F \cdot A}{3a} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 0{,}25}{3 \cdot 0{,}25} = 4 \ кН$$

$$\sum M_B^Г = 3F \cdot 4a - R_A^Г \cdot 3a = 0$$

$$R_A^Г = \frac{3F \cdot 4a}{3a} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 0{,}25}{3 \cdot 0{,}25} = 16 кН$$

Проверка $\sum F_y = -3F + R_A^Г - R_B^Г = 0$

Участок I $\quad 0 \le x_1 \le a$

$M_1^Г = -3F \cdot x_1$

при $x_1 = 0 \qquad M_1^Г = 0$

$x_1 = a \qquad M_1^Г = -3 \cdot F \cdot a = -3 \cdot 4 \cdot 0{,}25 = -3$ кНм

Участок III $\quad 0 \le x_3 \le 2a$

при $x_3 = 0 \qquad M_3^{Г} = 0$

$x_3 = 2a \qquad M_3^{Г} = -R_B^{Г} \cdot 2a = -4 \cdot 2 \cdot 0{,}25 = 2$ кНм

По полученным результатам строится эпюра М

5). построение эпюры суммарных изгибающих моментов (рис 8г)

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$

Участок I $\quad 0 \le x \le a$

при $x_1 = 0 \qquad M = 0$

$x_1 = a \qquad M = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3 кНм$

Участок III $\quad 0 \le x \le a$

при $x_3 = 0 \qquad M = 0$

$x_3 = 2a \qquad M = \sqrt{8{,}4^2 + 2^2} = 8{,}63 кНм$

6). построение эпюры крутящих моментов

Участок I + II

$\mathrm{T} = -3F \cdot R = -3 \cdot 4 \cdot 0{,}35 = -4{,}2 кНм$

Участок III

$\mathrm{T} = -3F \cdot R + P \cdot r = -3 \cdot 4 \cdot 0{,}35 + 16{,}8 \cdot 0{,}25 = 0$

По полученным данным строится эпюра Т (рис 9д)

7). опасным является сечение вала у малого шкива

$$M_{red}^{IV} = \sqrt{M^2 + 0{,}75T^2} = \sqrt{8{,}63^2 + 0{,}75 \cdot 4{,}2^2} = 9{,}37 кНм$$

8) диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{red}^{IV}}{0{,}1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{9{,}37 \cdot 10^3}{0{,}1 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0{,}106 м$$

d= 106мм Принимаем d= 110мм

9). угол закручивания вала между шкивами

$$\Theta = \frac{\mathrm{T} \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 0{,}25}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1{,}464 \cdot 10^{-5}} = 0{,}18 \cdot 10^{-2}\ рад$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} = 0{,}1 d^4 = 1{,}164 \cdot 10^{-5}$$

Ответ: d=110мм; $\Theta = 0{,}18 \cdot 10^{-2}$ рад

Пример 6. Стержень двутаврового профиля N24, длиной l=2м защемлен одним концом и нагружен на свободном конце силой F. Определить допускаемое значение сжимающей силы. Принять E=$2{,}1\cdot10^5$ МПа, $[n_s]=3$, $\sigma_{pr}=210 МПа$

Дано: тип сечения двутавр № 24

l=2,0м

E=$2{,}1\cdot10^5$ МПа

$[n_s]=3$

$\sigma_{pr}=210 МПа$

Определить: допустимую нагрузку.

Решение:

1). схема нагружения стержня (рис11)

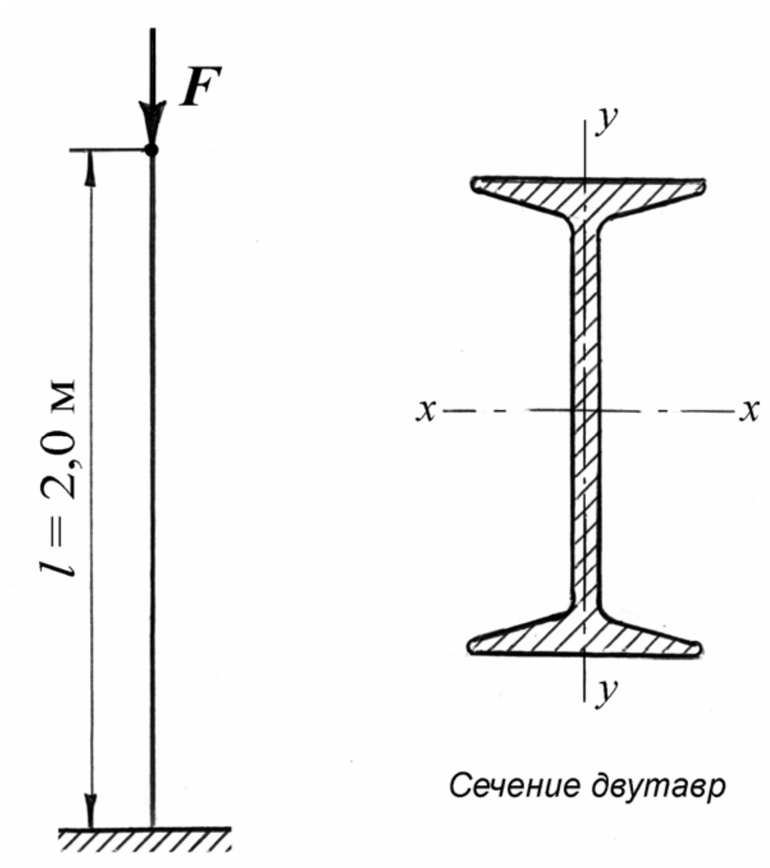

Рис. 11.

2) данные к расчету стержня на устойчивость

- коэффициент приведения длины стержня $\mu=2{,}0$(см. схему)

-минимальный радиус инерции двутавра № 24

по табл. 2П.

$$i_{\min}=2{,}37 см^2=0{,}0237 м$$

- площадь поперечного сечения стержня двутавра № 24

$$A=34{,}8 см^2=34{,}8\cdot10^{-4} м^2 \text{ (таблица 2П)}$$

- предельное значение гибкости стержня

$$\lambda_{\lim}=\sqrt{\frac{\pi^2\cdot E}{\sigma_{pr}}}=3{,}14\sqrt{\frac{2{,}1\cdot10^{11}}{210\cdot10^6}}=100$$

3). определяем гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{2 \cdot 2}{0{,}0237} = 169$$

т.к. $\lambda > \lambda_{\lim}$ следовательно, потеря устойчивости происходит в области большой гибкости, где справедлива формула Эйлера.

Примечание: при $60 \le \lambda \le 100$ расчет устойчивости проводится по эмпирической формуле Ясинского $\sigma_{кр} = a - b\lambda$

4). определяем критические напряжения по формуле Эйлера

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^{11}}{169} = 69 \cdot 10^6\ Па = 69 МПа$$

5). определяем допускаемые критические напряжения

$$[\sigma_{кр}] = \frac{\sigma_{кр}}{[n_s]} = \frac{69 \cdot 10^6}{3} = 23 \cdot 10^6 = 23 МПа$$

6). определяем допустимую сжимательную силу

$$[F] = [\sigma_{кр}] \cdot A = 23 \cdot 10^6 \cdot 34{,}8 \cdot 10^4 = 80040 Н = 80 кН$$

Ответ: $[F] = 80 кН$